RODOLFO GUIDOBONO	CURSO DE MECÁNICA TEÓRICA J. GARCÍA - EJERCICIO CAP. 33	HOJA Nº 1 FECHA 23/10/19

Definido el campo escalar $\phi(x,t) = e^{i(\omega t - kx)}$

donde $\omega = E/\hbar$ y $k = p/\hbar$

Visto por un observador canónico, con una velocidad de grupo $v_g = \dfrac{pc^2}{E} = \dfrac{kc^2}{\omega}$

Consideremos una transformación de Lorentz para un observador inercial que se mueve a una velocidad v_g.

Para ese observador inercial el campo es: $\phi' = e^{i(\omega' t' - k' x')}$

Calcular ω' y k'

Lorentz $\longrightarrow$ $x' = \Lambda x - \Lambda a$ asumiendo $\bar{a} = 0 \Rightarrow x' = \Lambda x$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta \\ -\gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \quad \Lambda^{-1} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \longrightarrow x = \Lambda^{-1} x'$$

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta \\ \gamma\beta & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} ct = \gamma(ct') + \gamma\beta x' \\ x = \gamma\beta(ct') + \gamma x' \end{array}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \beta = v/c \end{array}}$$

$$\omega t - kx = \frac{\omega}{c}(\gamma c t' + \gamma\beta x') - k(\gamma\beta c t' + \gamma x') =$$

$$= (\omega\gamma - k\gamma\beta c)t' - \left(k\gamma - \frac{\omega}{c}\gamma\beta\right)x' = \omega' t' - k' x'$$

$$\omega' = \omega\gamma - k\gamma\beta c = \gamma(\omega - k\beta c)$$

$$k' = k\gamma - \omega/c\,\gamma\beta = \gamma\left(k - \frac{\omega}{c}\beta\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \omega' = \gamma(\omega - k\beta c) \\ k' = \gamma\left(k - \dfrac{\omega}{c}\beta\right) \end{array}}$$

$\beta = v/c$ si $v = v_g = \dfrac{kc^2}{\omega} \Rightarrow \beta = \dfrac{kc}{\omega}$

Entonces para un observador inercial moviéndose a ~~v_g~~ una velocidad constante igual a v_g

NOTA

HOJA Nº 2

FECHA

$$\omega' = \gamma(\omega - k\beta c) = \gamma\left(\omega - k\frac{kc}{\omega}c\right) = \gamma\left(\omega - \frac{k^2c^2}{\omega}\right) =$$

$$= \gamma\omega\left(1 - \left(\frac{kc}{\omega}\right)^2\right) \quad \text{como } \beta = \frac{kc}{\omega}$$

$$\omega' = \omega\gamma(1-\beta^2)$$

$$\boxed{\omega' = \omega/\gamma} \Rightarrow \boxed{E' = E/\gamma}$$ energía según el observ. inercial

$$k' = \gamma\left(k - \frac{\omega}{c}\frac{kc}{\omega}\right)$$

$$\boxed{k' = 0} \Rightarrow \boxed{p' = 0}$$ la velocidad aparente según el observador inercial es nula.

NOTA